Électronique – Chapitre 1

Rappels d'électronique

I. Bases de l'électrocinétique . . . 1
I.1. Intensité et tension électrique . . . 1
I.2. Dipôles électriques . . . 1
I.3. Lois de Kirchhoff . . . 2
II. Dipôles linéaires . . . 2
II.1. Résistance . . . 2
II.2. Condensateur . . . 3
II.3. Bobine . . . 4
II.4. Générateurs . . . 4
III. Circuit linéaire en régime transitoire : exemple du circuit RC . . . 5
IV. Circuit linéaire en régime sinusoïdal forcé . . . 5
IV.1. Régime sinusoïdal forcé et représentation complexe . . . 5
IV.2. Impédance complexe . . . 6
IV.3. Résonance en intensité d'un circuit RLC . . . 7
IV.4. Résonance en tension d'un circuit RLC . . . 8
V. Filtrage linéaire . . . 9
V.1. Décomposition de Fourier d'un signal périodique . . . 9
V.2. Fonction de transfert . . . 9
V.3. Exemples de filtres passifs . . . 10
V.4. Modélisation de l'entrée et de la sortie d'un filtre . . . 13

I. Bases de l'électrocinétique

I.1. Intensité et tension électrique

L'**intensité électrique** est la quantité de charge dq qui traverse la section d'un système pendant un temps dt, d'où :

$$i = \frac{\mathrm{d}q}{\mathrm{d}t}$$

elle s'exprime en ampère (A). Elle est assurée par une circulation d'électrons dans les conducteurs électriques, et par une circulation d'ions dans les solutions aqueuses. En ordre de grandeur, les intensités rencontrées dans la vie courante vont typiquement de 10 mA pour les circuits en TP à 100 A pour un démarreur automobile.

La **tension électrique** entre deux points A et B est la différence de potentiel électrique entre ces deux points, d'où :

$$u_{AB} = V_A - V_B$$

elle s'exprime en volt (V). En ordre de grandeur, les tensions rencontrées dans la vie courante vont typiquement de 1 V pour les petites piles à 100 kV pour les lignes à hautes tensions.

I.2. Dipôles électriques

Un dipôle électrique est caractérisé par l'intensité i qui le traverse et la tension u_{AB} entre ses bornes. On peut représenter sa **caractéristique électrique** en traçant $i = f(u_{AB})$ ou $u_{AB} = f(i)$:

- si sa caractéristique électrique passe par l'origine, c'est-à-dire que $i = 0$ lorsque $u_{AB} = 0$, il s'agit d'un **dipôle passif** qui ne peut pas fournir de l'énergie à un circuit ;

- si sa caractéristique électrique ne passe pas par l'origine, il s'agit d'un **dipôle actif** qui peut fournir de l'énergie à un circuit.

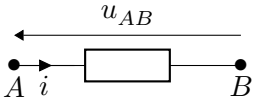
Dans un circuit, on dit qu'un dipôle est représenté :

- en **convention récepteur** si i et u_{AB} sont orientés en sens opposé, il reçoit alors une puissance :

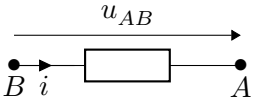
$$P_{\text{reçue}} = u_{AB}\, i$$

- en **convention générateur** si i et u_{AB} sont orientés dans le même sens, il fournit alors une puissance :

$$P_{\text{fournie}} = u_{AB}\, i.$$



convention récepteur



convention générateur

En ordre de grandeur, les puissances rencontrées dans la vie courante vont typiquement de 100 mW pour une diode électroluminescente à 1 kW pour un four électrique.

I.3. Lois de Kirchhoff

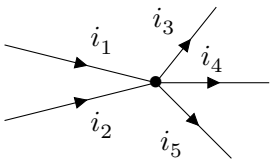
L'**approximation des régimes quasi-stationnaires** (ARQS) consiste à supposer que le temps de propagation des phénomènes électriques dans un circuit est négligeable devant la durée des variations temporelles de ces phénomènes.

Prenons l'exemple d'un circuit de longueur L dont l'intensité varie avec une période T. Le temps de propagation des électrons dans le circuit est de l'ordre de $\dfrac{L}{c}$, avec c la célérité de la lumière. L'approximation des régimes quasi-stationnaires sera vérifiée si $\dfrac{L}{c} \ll T$, ce qui est le cas pour la plupart des circuits étudiés.

Dans le cadre de l'ARQS, les **lois de Kirchhoff** sont vérifiées :

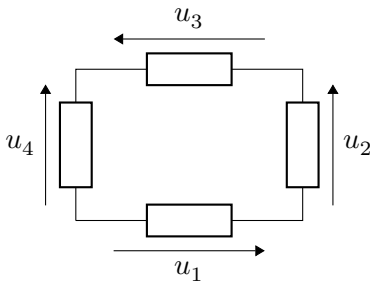
- la **loi des nœuds** implique qu'en chaque nœud d'un circuit, la somme des courants entrants est égale à la somme des courants sortants, soit :

$$i_1 + i_2 = i_3 + i_4 + i_5$$



- la **loi des mailles** implique que la somme des tensions le long d'une maille parcourue dans un sens donnée est nulle, soit :

$$u_1 + u_2 + u_3 - u_4 = 0.$$



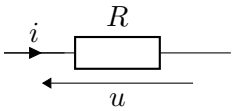
II. Dipôles linéaires

II.1. Résistance

Loi d'Ohm et effet Joule

En convention récepteur, la tension aux bornes d'une résistance vérifie la **loi d'Ohm** :

$$\boxed{u = R\, i}$$



avec R sa résistance qui s'exprime en ohm (Ω). En ordre de grandeur, les résistances utilisées en TP vont typiquement de 100 Ω à 100 kΩ.

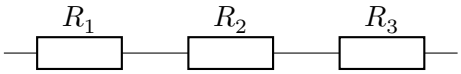
La puissance dissipée par **effet Joule** dans une résistance est :

$$P_{\text{dissipée}} = R\,i^2 = \frac{u^2}{R}.$$

Lois d'association des résistances

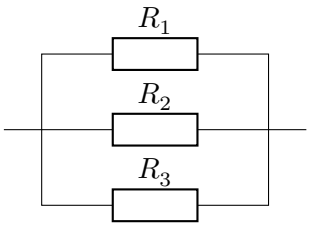
La résistance équivalente $R_{\text{éq}}$ à ces résistances en série est :

$$R_{\text{éq}} = R_1 + R_2 + R_3.$$



La résistance équivalente $R_{\text{éq}}$ à ces résistances en parallèle est telle que :

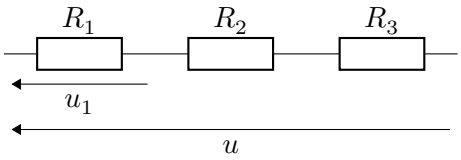
$$\frac{1}{R_{\text{éq}}} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3}.$$



Ponts diviseurs

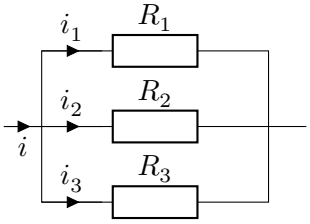
Le **pont diviseur de tension** donne pour ces résistances en série :

$$u_1 = \frac{R_1}{R_1 + R_2 + R_3}\,u.$$



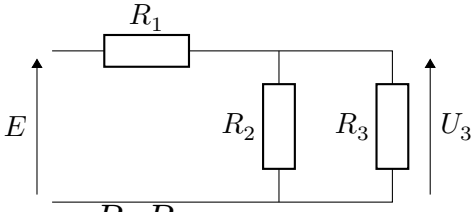
Le **pont diviseur de courant** donne pour ces résistances en parallèle :

$$i_1 = \frac{\frac{1}{R_1}}{\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3}}\,i.$$



Application :

Exprimons la tension U_3 en fonction de E pour le circuit ci-contre.



La résistance équivalente à R_2 et R_3 est : $R_{\text{éq}} = \dfrac{1}{\frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3}} = \dfrac{R_2\,R_3}{R_2 + R_3}$.

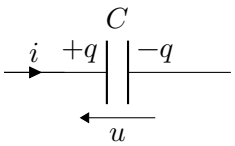
Le pont diviseur de tension donne alors :

$$U_3 = \frac{R_{\text{éq}}}{R_1 + R_{\text{éq}}}\,E = \frac{\frac{R_2\,R_3}{R_2+R_3}}{R_1 + \frac{R_2\,R_3}{R_2+R_3}}\,E = \frac{R_2\,R_3}{R_1\,R_2 + R_1\,R_3 + R_2\,R_3}\,E.$$

II.2. Condensateur

La charge portée par les armatures d'un condensateur est :

$$q = C\,u$$



avec C la capacité du condensateur qui s'exprime en farad (F). En ordre de grandeur, les capacités utilisées en TP vont typiquement de 1 nF à 100 µF.

En convention récepteur, l'intensité traversant un condensateur est :

$$\boxed{i = C\,\frac{\mathrm{d}u}{\mathrm{d}t}}.$$

On en déduit que $i = 0$ en régime permanent, un condensateur est alors équivalent à un interrupteur ouvert.

La **tension aux bornes d'un condensateur** évolue toujours de façon **continue**, elle ne peut pas présenter de discontinuité.

La puissance reçue par un condensateur peut s'exprimer :

$$P_{\text{reçue}} = u\,i = u\,C\,\frac{\mathrm{d}u}{\mathrm{d}t} = \frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\left(\frac{1}{2}\,C\,u^2\right)$$

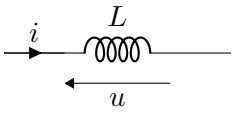
d'où l'**énergie stockée dans un condensateur** :

$$\boxed{\mathcal{E} = \frac{1}{2}\,C\,u^2}.$$

II.3. Bobine

En convention récepteur, la tension aux bornes d'une bobine est :

$$\boxed{u = L\,\frac{\mathrm{d}i}{\mathrm{d}t}}$$



avec L l'inductance de la bobine qui s'exprime en henry (H). En ordre de grandeur, les inductances utilisées en TP vont typiquement de 1 mH à 100 mH.

On en déduit que $u = 0$ en régime permanent, une bobine est alors équivalente à un fil.

L'**intensité traversant une bobine** évolue toujours de façon **continue**, elle ne peut pas présenter de discontinuité.

La puissance reçue par une bobine peut s'exprimer :

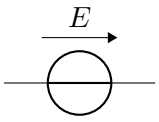
$$P_{\text{reçue}} = u\,i = L\,\frac{\mathrm{d}i}{\mathrm{d}t}\,i = \frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\left(\frac{1}{2}\,L\,i^2\right)$$

d'où l'**énergie stockée dans une bobine** :

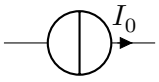
$$\boxed{\mathcal{E} = \frac{1}{2}\,L\,i^2}.$$

II.4. Générateurs

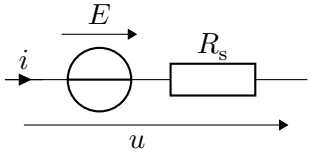
Un **générateur de tension idéal** impose à ses bornes une tension E, appelée force électromotrice.



Un **générateur de courant idéal** impose dans le circuit une intensité I_0, appelée courant électromoteur.



Tout générateur réel peut être modélisé par un **générateur de Thévenin**, constitué d'une force électromotrice E en série avec une résistance de sortie R_s.



La tension imposée à ses bornes est alors :

$$u = E - R_\text{s}\,i.$$

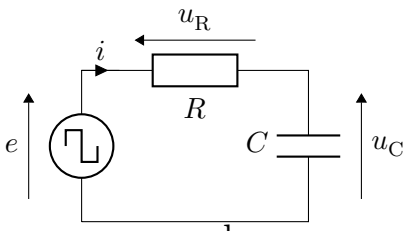
Les GBF utilisés en TP possèdent une résistance de sortie $R_s = 50\,\Omega$. Celle-ci n'est pas forcément négligeable en fonction du circuit étudié, et il est parfois nécessaire de la prendre en compte.

III. Circuit linéaire en régime transitoire : exemple du circuit RC

Un circuit linéaire évolue selon une équation différentielle linéaire à coefficients constants. Nous allons étudier le régime transitoire d'un circuit RC soumis à un échelon de tension.

Application :

On considère le circuit RC série ci-contre où le générateur de tension délivre une tension $e(t) = \begin{cases} 0 & \text{pour } t < 0 \\ E & \text{pour } t \geqslant 0 \end{cases}$.
Déterminons l'évolution de la tension $u_C(t)$ pour $t \geqslant 0$.



Pour $t \geqslant 0$, la loi des mailles donne : $E = u_R + u_C = R\,i + u_C = R\,C\,\dfrac{\mathrm{d}u_C}{\mathrm{d}t} + u_C$.
En posant $\tau = R\,C$, on obtient une équation différentielle linéaire du premier ordre avec second membre : $\dfrac{\mathrm{d}u_C}{\mathrm{d}t} + \dfrac{u_C}{\tau} = \dfrac{E}{\tau}$.
La solution homogène est de la forme : $u_{C,h} = A\,\mathrm{e}^{-t/\tau}$, avec A une constante.
La solution particulière est : $u_{C,p} = E$.
La solution générale est donc : $u_C(t) = A\,\mathrm{e}^{-t/\tau} + E$.
Comme la tension aux bornes d'un condensateur évolue de façon continue, on a : $u_C(0) = 0 = A + E$, d'où : $A = -E$.
Au final, on obtient : $u_C(t) = E\left(1 - \mathrm{e}^{-t/\tau}\right)$.

Si on réalise un bilan énergétique de la charge du condensateur, on obtient :

- l'énergie fournie par le générateur :

$$\mathcal{E} = \int_0^\infty E\,i\,\mathrm{d}t = \int_0^\infty E\,C\,\frac{\mathrm{d}u_C}{\mathrm{d}t}\,\mathrm{d}t = E\,C\,[u_C]_0^E = C\,E^2$$

- l'énergie dissipée par la résistance :

$$\mathcal{E}_R = \int_0^\infty R\,i^2\,\mathrm{d}t = \int_0^\infty R\left(C\,\frac{\mathrm{d}u_C}{\mathrm{d}t}\right)^2\mathrm{d}t = \int_0^\infty R\left(C\,\frac{E}{\tau}\,\mathrm{e}^{-t/\tau}\right)^2\mathrm{d}t = \frac{E^2}{R}\left[-\frac{\tau}{2}\,\mathrm{e}^{-2\,t/\tau}\right]_0^\infty = \frac{1}{2}\,C\,E^2$$

- l'énergie stockée dans le condensateur :

$$\mathcal{E}_C = \int_0^\infty \frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\left(\frac{1}{2}\,C\,u_C^2\right)\mathrm{d}t = \left[\frac{1}{2}\,C\,u_C^2\right]_0^E = \frac{1}{2}\,C\,E^2.$$

On retrouve bien la conservation de l'énergie $\mathcal{E} = \mathcal{E}_R + \mathcal{E}_C$, et on remarque que la moitié de l'énergie fournie par le générateur est dissipée par effet Joule, tandis que l'autre moitié est stockée dans le condensateur.

IV. Circuit linéaire en régime sinusoïdal forcé

IV.1. Régime sinusoïdal forcé et représentation complexe

Un **régime sinusoïdal forcé** (RSF) est un régime permanent obtenu lorsqu'un système est soumis à une excitation sinusoïdale de la forme $e(t) = E\cos(\omega\,t)$.

On peut montrer que tous les signaux électriques $s(t)$ d'un circuit linéaire en régime sinusoïdal forcé, c'est-à-dire les tensions et les intensités, peuvent s'exprimer de la forme :

$$s(t) = S\cos(\omega t + \varphi)$$

avec S l'amplitude du signal et φ sa phase. On obtient alors :

- la moyenne du signal sur une période :

$$\langle s(t)\rangle_T = \frac{1}{T}\int_T s(t)\,\mathrm{d}t = 0$$

- la valeur efficace du signal sur une période :

$$S_{\text{eff}} = \sqrt{\frac{1}{T}\int_T s(t)^2\,\mathrm{d}t} = \frac{S}{\sqrt{2}}.$$

En représentation complexe, on associe à chaque signal sinusoïdal réel $s(t)$ un signal complexe :

$$\underline{s} = S\,\mathrm{e}^{\mathrm{j}(\omega t+\varphi)} = \underline{S}\,\mathrm{e}^{\mathrm{j}\omega t}$$

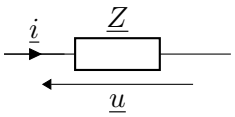
avec $\underline{S} = S\,\mathrm{e}^{\mathrm{j}\varphi}$ son amplitude complexe. Cette représentation permet notamment de simplifier le calcul des dérivées par rapport au temps puisque :

$$\frac{\mathrm{d}\underline{s}}{\mathrm{d}t} = \mathrm{j}\,\omega\,\underline{s}.$$

IV.2. Impédance complexe

Par analogie avec la loi d'Ohm, on définit l'**impédance complexe** d'un dipôle en convention récepteur :

$$\boxed{\underline{Z} = \frac{\underline{u}}{\underline{i}}}.$$



On obtient :

- l'impédance complexe d'une résistance :

$$\boxed{\underline{Z}_{\text{R}} = R}$$

- l'impédance complexe d'un condensateur :

$$\boxed{\underline{Z}_{\text{C}} = \frac{1}{\mathrm{j}\,C\,\omega}}$$

- l'impédance complexe d'une bobine :

$$\boxed{\underline{Z}_{\text{L}} = \mathrm{j}\,L\,\omega}.$$

Application :

> Retrouvons les impédances complexes de ces dipôles à partir de leurs caractéristiques électriques.
> On obtient :
>
> - pour une résistance : $u = R\,i$, soit en représentation complexe : $\underline{u} = R\,\underline{i}$, d'où : $\underline{Z}_{\text{R}} = R$;

- pour un condensateur : $i = C\dfrac{\mathrm{d}u}{\mathrm{d}t}$, soit en représentation complexe : $\underline{i} = C\,\mathrm{j}\,\omega\,\underline{u}$, d'où : $\underline{Z}_\mathrm{C} = \dfrac{1}{\mathrm{j}\,C\,\omega}$;
- pour une bobine : $u = L\dfrac{\mathrm{d}i}{\mathrm{d}t}$, soit en représentation complexe : $\underline{u} = L\,\mathrm{j}\,\omega\,\underline{i}$, d'où : $\underline{Z}_\mathrm{L} = \mathrm{j}\,L\,\omega$.

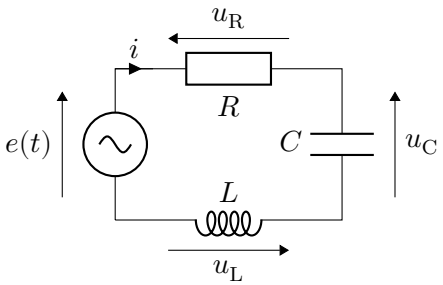
On peut montrer que les lois de l'électrocinétique restent valables en régime sinusoïdal forcé avec la représentation complexe :

- les lois de Kirchhoff sont valables ;
- les lois d'association des résistances sont généralisables avec les impédances complexes ;
- les ponts diviseurs sont généralisables avec les impédances complexes.

IV.3. Résonance en intensité d'un circuit RLC

Application :

On considère le circuit RLC série ci-contre où le générateur de tension délivre une tension $e(t) = E\cos(\omega t)$.
Déterminons l'amplitude de l'intensité $i(t)$ à l'aide de la représentation complexe, puis montrons que la pulsation de résonance en intensité du circuit est égale à sa pulsation propre $\omega_0 = \dfrac{1}{\sqrt{L\,C}}$.



En représentation complexe, la loi des mailles donne : $\underline{e} = \underline{u_\mathrm{R}} + \underline{u_\mathrm{C}} + \underline{u_\mathrm{L}}$, soit : $E\,\mathrm{e}^{\mathrm{j}\omega t} = R\,\underline{i} + \dfrac{1}{\mathrm{j}\,C\,\omega}\,\underline{i} + \mathrm{j}\,L\,\omega\,\underline{i} = \left[R + \mathrm{j}\left(L\,\omega - \dfrac{1}{C\,\omega}\right)\right]\underline{i}$, d'où : $\underline{i} = \dfrac{E}{R + \mathrm{j}\left(L\,\omega - \frac{1}{C\,\omega}\right)}\,\mathrm{e}^{\mathrm{j}\omega t}$.

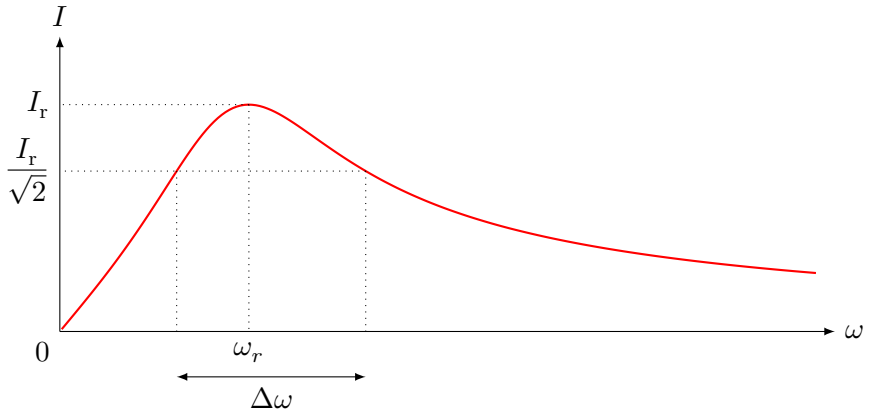
On en déduit l'amplitude complexe de l'intensité : $\underline{I} = \dfrac{E}{R + \mathrm{j}\left(L\,\omega - \frac{1}{C\,\omega}\right)}$, puis son amplitude : $I = |\underline{I}| = \dfrac{E}{\sqrt{R^2 + \left(L\,\omega - \frac{1}{C\,\omega}\right)^2}}$.

La résonance correspond au maximum de l'amplitude, qui est obtenue lorsque le dénominateur est minimum, la pulsation de résonance vérifie donc : $\left(L\,\omega_\mathrm{r} - \dfrac{1}{C\,\omega_\mathrm{r}}\right) = 0$, d'où : $\omega_\mathrm{r} = \dfrac{1}{\sqrt{L\,C}} = \omega_0$.

La **résonance en intensité existe toujours** :

- la pulsation de résonance est $\omega_\mathrm{r} = \omega_0$;
- l'amplitude à la résonance est $I_\mathrm{r} = I(\omega_0) = \dfrac{E}{R}$;
- l'intensité $i(t)$ est en phase avec la tension $e(t)$ à la résonance comme $\underline{I}(\omega_0)$ est réelle.

On représente l'évolution de l'amplitude de l'intensité en fonction de la pulsation :



La **largeur de la résonance** est la bande de pulsation $\Delta\omega$ telle que : $I \geqslant \frac{I_r}{\sqrt{2}}$. On peut montrer pour ce circuit que :

$$\Delta\omega = \frac{R}{L} = \frac{\omega_0}{Q}$$

avec $Q = \frac{1}{R}\sqrt{\frac{L}{C}}$ le facteur de qualité.

L'**acuité de la résonance** est définie telle que :

$$A_r = \frac{\omega_r}{\Delta\omega}$$

et on obtient donc pour ce circuit :

$$A_r = \frac{\omega_0}{\frac{\omega_0}{Q}} = Q.$$

IV.4. Résonance en tension d'un circuit RLC

On peut réaliser une étude analogue de la résonance en tension aux bornes du condensateur.

On obtient alors une amplitude pour cette tension :

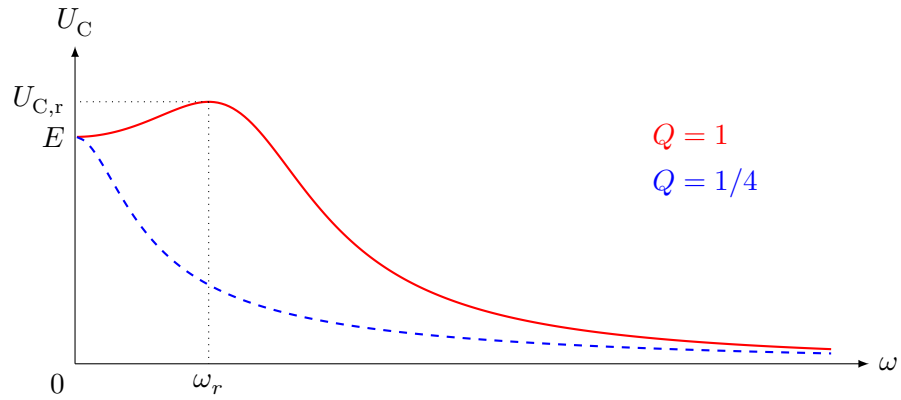
$$U_C = \frac{E}{\sqrt{\left(1 - \frac{\omega^2}{\omega_0^2}\right)^2 + \left(\frac{\omega}{\omega_0 Q}\right)^2}}$$

qui ne présente un maximum que lorsque $Q > \frac{1}{\sqrt{2}}$.

La **résonance en tension n'existe pas toujours** :

- la condition de résonance est $Q > \frac{1}{\sqrt{2}}$;
- la pulsation de résonance est $\omega_r = \omega_0\sqrt{1 - \frac{1}{2Q^2}}$;
- l'amplitude à la résonance est $U_{C,r} = U_C(\omega_r) = \frac{EQ}{\sqrt{1 - \frac{1}{4Q^2}}}$.

On représente l'évolution de l'amplitude de la tension en fonction de la pulsation pour deux facteurs de qualité :



V. Filtrage linéaire

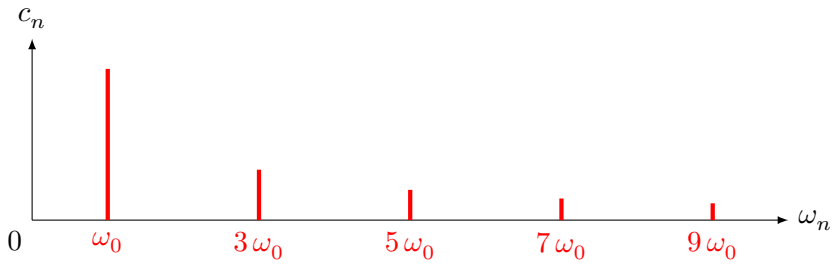
V.1. Décomposition de Fourier d'un signal périodique

Le **théorème de Fourier** indique que tout signal périodique $s(t)$ de période $T_0 = \dfrac{2\,\pi}{\omega_0}$ peut s'écrire comme une somme de fonctions sinusoïdales de la forme :

$$s(t) = c_0 + \sum_{n=1}^{\infty} c_n \sin\left(n\,\omega_0\,t + \varphi_n\right).$$

- Le coefficient c_0 est la **composante continue** du signal, c'est-à-dire sa valeur moyenne.
- Le terme $n = 1$ de la somme est le **fondamental**, il est de pulsation ω_0.
- Le terme n de la somme est l'**harmonique** de rang n, il est de pulsation $\omega_n = n\,\omega_0$.

Le **spectre de Fourier** d'un signal représente l'ensemble de ses coefficients c_n en fonction des pulsations ω_n. On obtient par exemple pour les premières harmoniques d'un signal créneau :



V.2. Fonction de transfert

Un filtre est **linéaire** si la tension en entrée $u_e(t)$ et la tension en sortie $u_s(t)$ sont reliées par une équation différentielle à coefficients constants.

La **fonction de transfert** du filtre linéaire est alors définie telle que :

$$\boxed{\underline{H}(\omega) = \frac{\underline{u}_s}{\underline{u}_e}}.$$

- Son module est le **gain** du filtre :
$$G(\omega) = \left|\underline{H}(\omega)\right|.$$
- Son argument est la **phase** du filtre, c'est-à-dire le déphasage entre $u_s(t)$ et $u_e(t)$:
$$\varphi(\omega) = \arg\left(\underline{H}(\omega)\right).$$

On définit également le **gain en décibels** :

$$\boxed{G_{\text{dB}}(\omega) = 20\log G(\omega) = 20\log|\underline{H}(\omega)|}.$$

Pour caractériser un filtre, on représente habituellement son **diagramme de Bode**, composé des tracés de son gain en décibels G_{dB} et de sa phase φ en fonction de la pulsation ω en échelle logarithmique.

Les **pulsations de coupure** ω_{c} d'un filtre correspondent aux pulsations telles que $G(\omega_{\text{c}}) = \dfrac{G_{\max}}{\sqrt{2}}$, avec $G_{\max}$ le gain maximal du filtre, soit pour le gain en décibels :

$$G_{\text{dB}}(\omega_{\text{c}}) = 20\log\left(\frac{G_{\max}}{\sqrt{2}}\right) = 20\log G_{\max} - 20\log\left(\sqrt{2}\right) = G_{\text{dB,max}} - 10\log(2) \approx G_{\text{dB,max}} - 3\,\text{dB}.$$

La **bande passante** $\Delta\omega$ d'un filtre est l'intervalle de pulsation tel que $G(\omega) \geqslant G(\omega_{\text{c}})$.

On distingue principalement quatre types de filtres :

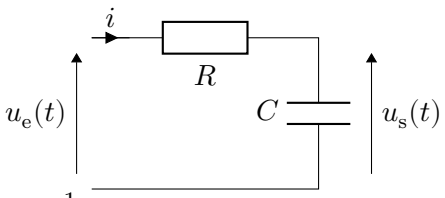
- Un **filtre passe-bas** laisse passer les basses fréquences mais coupe les hautes fréquences.
- Un **filtre passe-haut** laisse passer les hautes fréquences mais coupe les basses fréquences.
- Un **filtre passe-bande** ne laisse passer qu'une bande de fréquences intermédiaires.
- Un **filtre coupe-bande**, aussi appelé réjecteur de bande, ne coupe qu'une bande de fréquences intermédiaires.

V.3. Exemples de filtres passifs

Filtre passe-bas d'ordre 1

Application :

Exprimons le gain et la phase d'un filtre RC série en prenant la tension de sortie aux bornes du condensateur.



Le pont diviseur de tension donne : $\underline{u}_{\text{s}} = \dfrac{\underline{Z}_{\text{C}}}{\underline{Z}_{\text{R}} + \underline{Z}_{\text{C}}}\,\underline{u}_{\text{e}} = \dfrac{\frac{1}{\text{j}\,C\,\omega}}{R + \frac{1}{\text{j}\,C\,\omega}}\,\underline{u}_{\text{e}} = \dfrac{1}{1 + \text{j}\,R\,C\,\omega}\,\underline{u}_{\text{e}}$,

d'où la fonction de transfert du filtre : $\underline{H} = \dfrac{\underline{u}_{\text{s}}}{\underline{u}_{\text{e}}} = \dfrac{1}{1 + \text{j}\,R\,C\,\omega}$.

Son gain est : $G(\omega) = |\underline{H}| = \dfrac{1}{\sqrt{1 + R^2\,C^2\,\omega^2}}$.

Sa phase est : $\varphi(\omega) = \arg(1) - \arg(1 + \text{j}\,R\,C\,\omega) = -\arctan(R\,C\,\omega)$.

En posant $H_0 = 1$ et $\omega_0 = \dfrac{1}{R\,C}$, on retrouve bien la forme canonique de la fonction de transfert d'un filtre passe-bas d'ordre 1 :

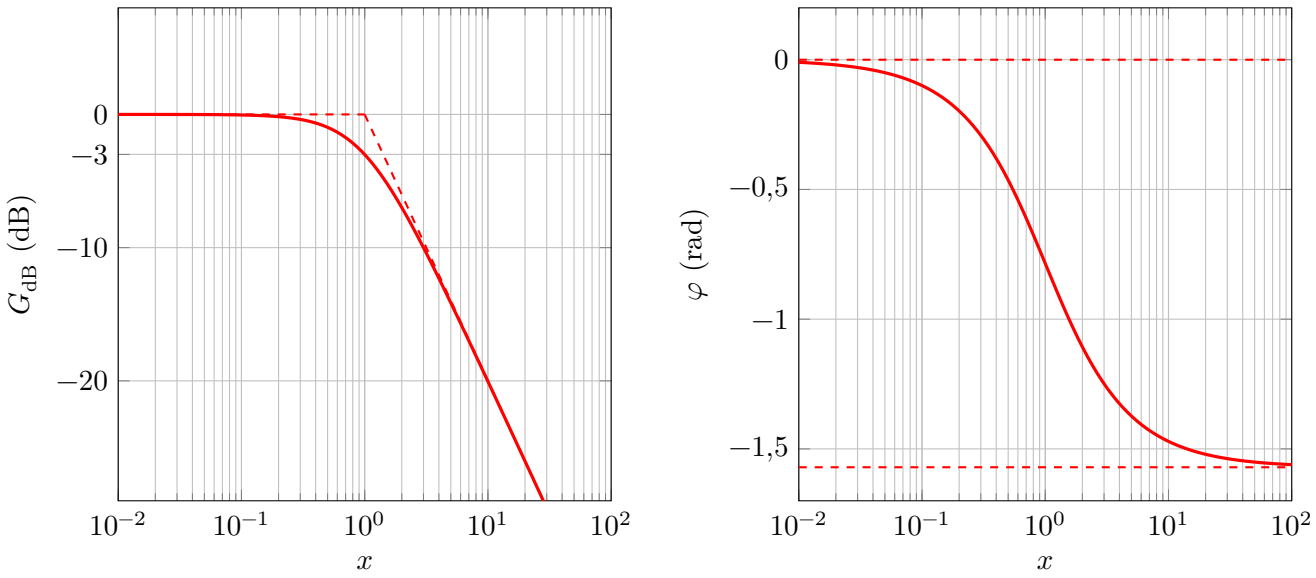
$$\underline{H}(x) = H_0\,\frac{1}{1 + \text{j}\,x}$$

avec $x = \dfrac{\omega}{\omega_0}$ la pulsation réduite.

Pour tracer son diagramme de Bode, on étudie son comportement asymptotique :

- aux basses fréquences ($x \ll 1$), on a : $\underline{H} \to H_0$, d'où : $G_{\text{dB}} \to 20\log H_0$ et $\varphi \to 0$;
- aux hautes fréquences ($x \gg 1$), on a : $\underline{H} \to -\text{j}\,\dfrac{H_0}{x}$, d'où : $G_{\text{dB}} \to 20\log H_0 - 20\log x$ et $\varphi \to -\dfrac{\pi}{2}$.

Dans le cas où $H_0 = 1$, on représente le diagramme de Bode correspondant :



À haute fréquence, comme le gain en décibels présente une décroissance de 20 dB par décade, on dit que le filtre présente un **comportement intégrateur** dans cette gamme de fréquence.

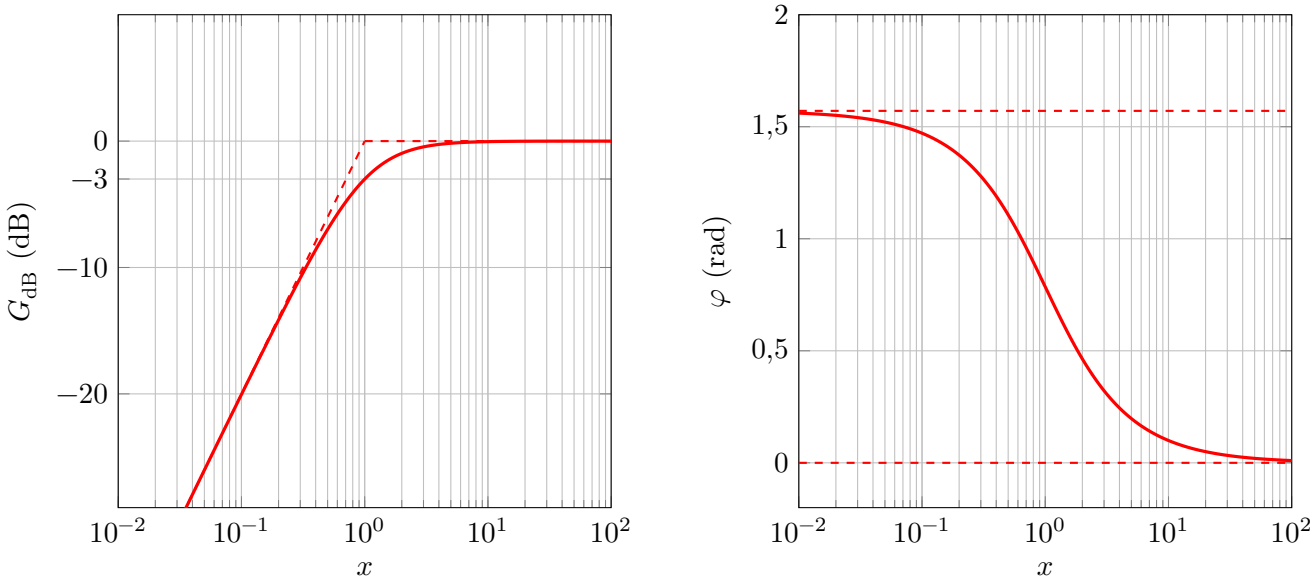
Filtre passe-haut d'ordre 1

La forme canonique de la fonction de transfert d'un filtre passe-haut d'ordre 1 est :

$$\underline{H}(x) = H_0 \frac{\mathrm{j}\, x}{1 + \mathrm{j}\, x}.$$

On l'obtient par exemple avec un filtre RC série en prenant la tension de sortie aux bornes de la résistance, ou avec un filtre RL série en prenant la tension de sortie aux bornes de la bobine.

Dans le cas où $H_0 = 1$, on représente le diagramme de Bode correspondant :



À basse fréquence, comme le gain en décibels présente une croissance de 20 dB par décade, on dit que le filtre présente un **comportement dérivateur** dans cette gamme de fréquence.

Filtre passe-bas d'ordre 2

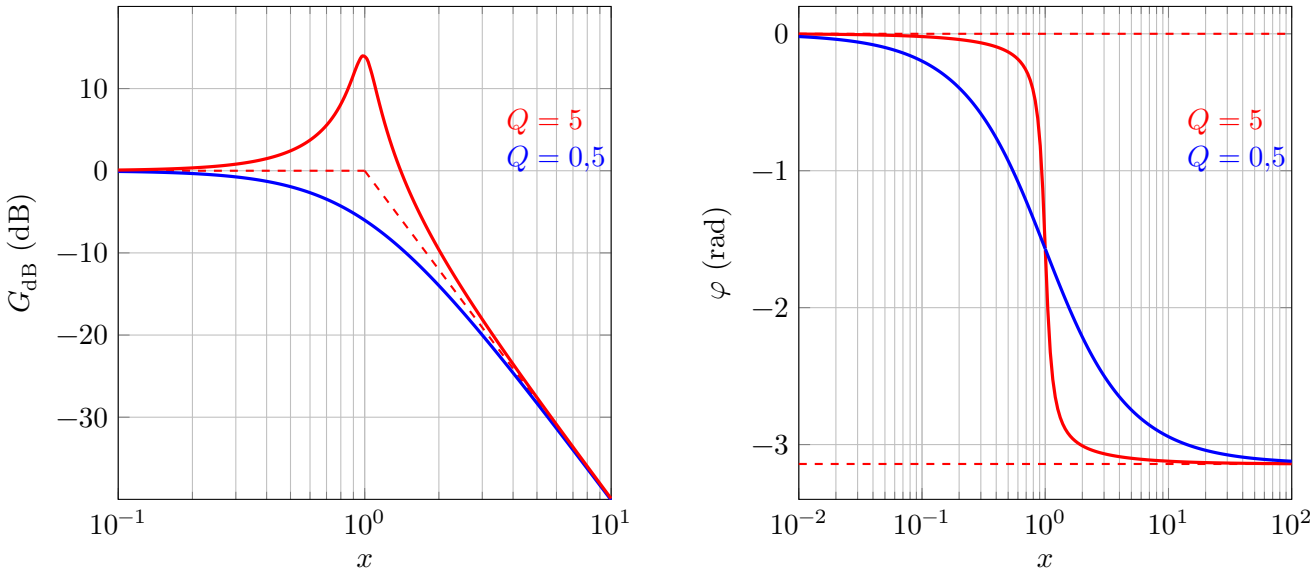
La forme canonique de la fonction de transfert d'un filtre passe-bas d'ordre 2 est :

$$\underline{H}(x) = H_0 \frac{1}{1 - x^2 + \mathrm{j}\, \frac{x}{Q}}$$

et on peut montrer que son gain présente une résonance uniquement si $Q > \dfrac{1}{\sqrt{2}}$.

On l'obtient par exemple avec un filtre RLC série en prenant la tension de sortie aux bornes du condensateur.

Dans le cas où $H_0 = 1$, on représente le diagramme de Bode correspondant à deux valeurs du facteur de qualité Q :



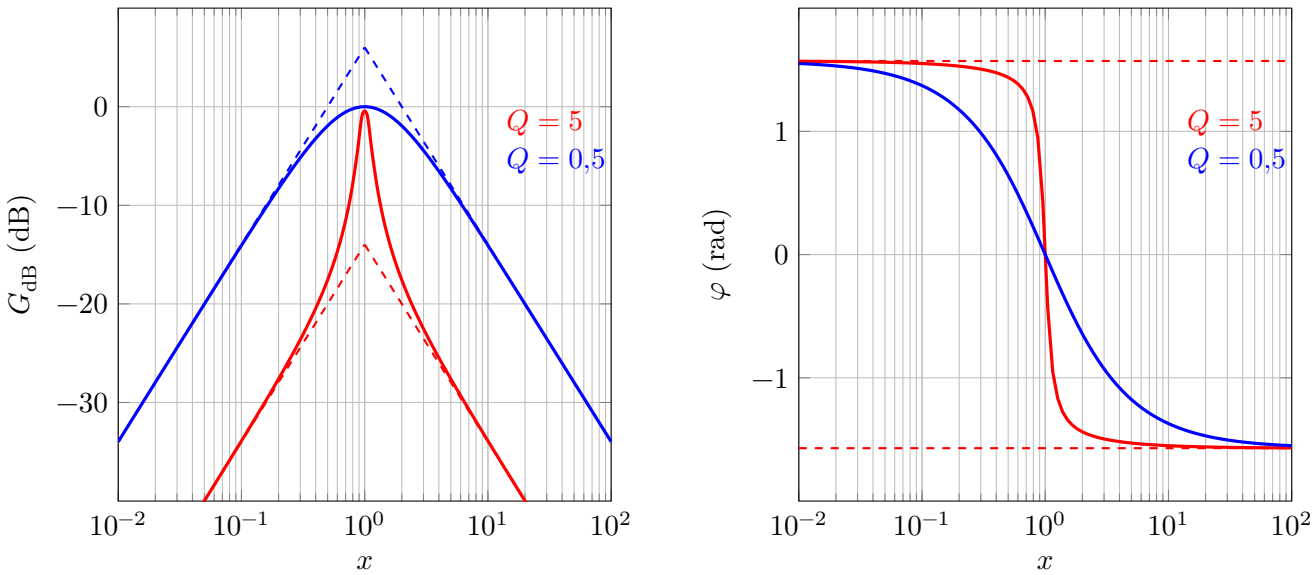
Filtre passe-bande d'ordre 2

La forme canonique de la fonction de transfert d'un filtre passe-bande d'ordre 2 est :

$$\underline{H}(x) = H_0 \frac{\mathrm{j}\,\frac{x}{Q}}{1 - x^2 + \mathrm{j}\,\frac{x}{Q}} = H_0 \frac{1}{1 + \mathrm{j}\,Q\left(x - \frac{1}{x}\right)}.$$

On l'obtient par exemple avec un filtre RLC série en prenant la tension de sortie aux bornes de la résistance.

Dans le cas où $H_0 = 1$, on représente le diagramme de Bode correspondant à deux valeurs du facteur de qualité Q :

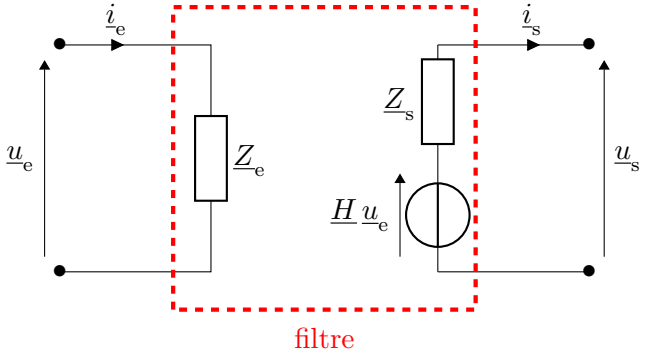


V.4. Modélisation de l'entrée et de la sortie d'un filtre

L'entrée d'un filtre peut être modélisée par une **impédance d'entrée** $\underline{Z}_e$ définie telle que :

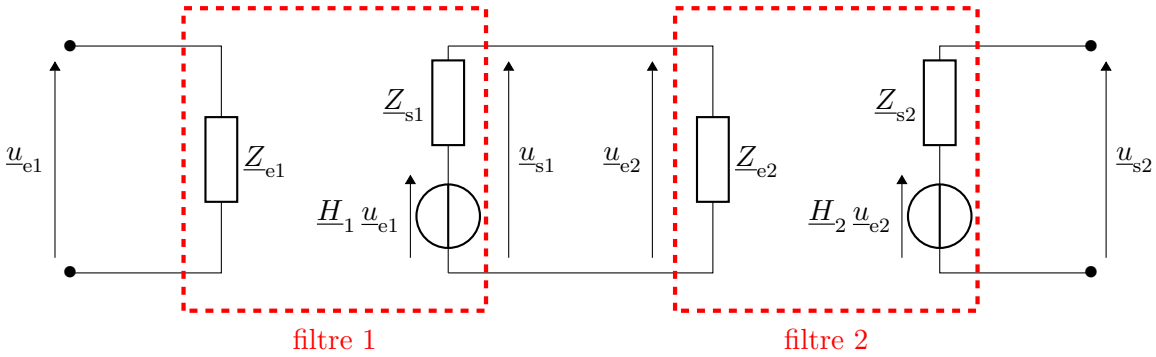
$$\underline{Z}_e = \frac{\underline{u}_e}{\underline{i}_e}.$$

La sortie d'un filtre peut être modélisée par un **générateur de Thévenin** de force électromotrice $\underline{H}\,\underline{u}_e$ en série avec une **impédance de sortie** $\underline{Z}_s$.



En association plusieurs filtres les uns à la suite des autres, on peut montrer que la fonction de transfert équivalente à l'ensemble des filtres est le produit des fonctions de transfert de chaque filtre, à condition que l'**impédance de sortie** de chaque filtre soit **négligeable** devant l'**impédance d'entrée** du filtre suivant.

Prenons l'exemple des deux filtres successifs représentés ci-dessous.



La fonction de transfert de l'ensemble peut s'exprimer :

$$\underline{H} = \frac{\underline{u}_{s2}}{\underline{u}_{e1}} = \frac{\underline{u}_{s2}}{\underline{u}_{e2}}\,\frac{\underline{u}_{e2}}{\underline{u}_{e1}}$$

avec $\underline{u}_{s2} = \underline{H}_2\,\underline{u}_{e2}$ si aucune intensité ne traverse $\underline{Z}_{s2}$ pour une sortie à vide, et $\underline{u}_{e2} = \dfrac{\underline{Z}_{e2}}{\underline{Z}_{e2} + \underline{Z}_{s1}}\,\underline{H}_1\,\underline{u}_{e1}$ par le pont diviseur de tension, soit :

$$\underline{H} = \underline{H}_2 \left(\frac{\underline{Z}_{e2}}{\underline{Z}_{e2} + \underline{Z}_{s1}}\,\underline{H}_1 \right).$$

On retrouve que $\underline{H} = \underline{H}_1\,\underline{H}_2$ à condition que :

$$\left|\underline{Z}_{s1}\right| \ll \left|\underline{Z}_{e2}\right|.$$